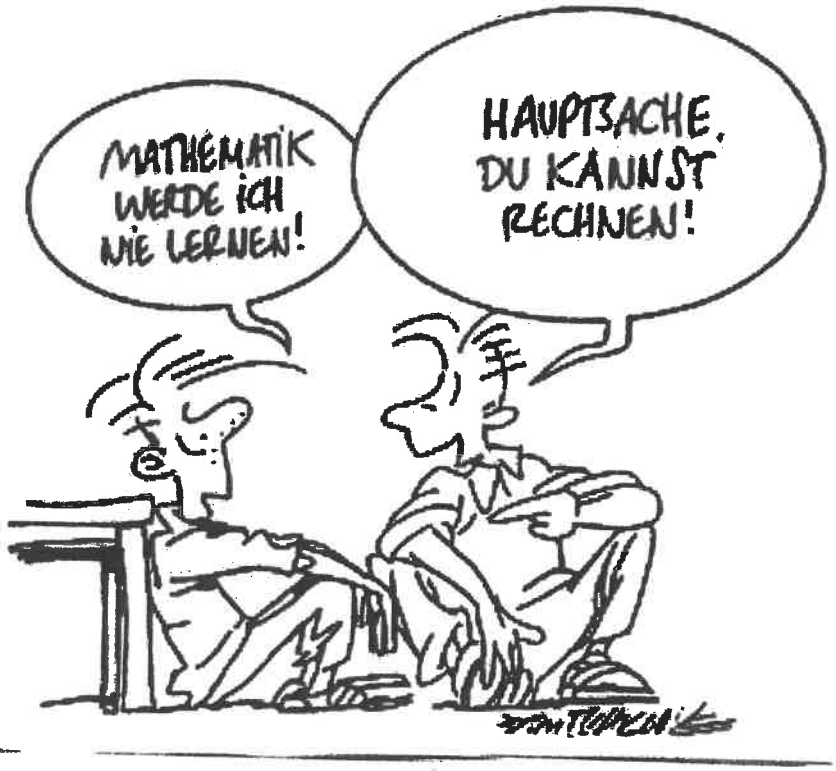
BAP-Vorbereitung zu Mathbu.ch

Übungsheft



Allgemeine Hinweise

Gliederung der Prüfung/geprüfter Stoff

In den zukünftigen Prüfungen werden folgende Themenschwerpunkte geprüft. In der Reihenfolge der Aufgaben bleiben Änderungen vorbehalten. Die Auflistung der Themen ist nicht abschliessend

- **Nr. 1 / 2**
  Formale Algebra (Bruchterme vereinfachen, kürzen, faktorisieren / Bruchgleichungen und Ungleichungen lösen) Einfache Textgleichungen / Mathematisieren

- **Nr. 3 / 4**
  Prozent / Zins und Zinseszins / Wachstumsprobleme / Bewegungsaufgaben / Proportionalität / Zahlenreihen, Graphen und Tabellen erstellen und interpretieren

- **Nr. 5 / 6**
  Pythagoras / Lineare Funktionen und Geradengleichungen / Konstruktionsaufgaben zu Dreieck, Viereck, Kreis mit Einbezug von Thaleskreis, Ortsbogen, Tangentenkonstruktion, Geradenspiegelung, Punktspiegelung und Symmetrieeigenschaften

- **Nr. 7**
  Doppelbruch

- **Nr. 8**
  Aufgaben mit erhöhtem Schwierigkeitsgrad aus allen Bereichen

Bestimmungen:

- Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.
- Zugelassenes Hilfsmittel: Ein nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Jede richtig gelöste Aufgabe wird mit 2 Punkten bewertet.
- Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe eindeutig ersichtlich sein.
- Berechnungen (Berechnungsterme, algebraische Ausdrücke, Operatordarstellungen), Überlegungsfiguren etc. gehören auf das abzugebende Blatt. Berechnungen, Überlegungsfiguren etc. auf Notizpapier werden nicht bewertet.
- Einheiten bei Resultaten müssen angegeben werden.
- Konstruktionen sind vollständig durchzuführen (z.B. Tangentenkonstruktion mit Berührungspunkten) und kurz zu beschreiben.
- Falsche Lösungsansätze und ungültige Ergebnisse müssen deutlich als solche gekennzeichnet werden.
- Jede Aufgabe ist mit ihrer Nummer zu versehen. Die Aufgaben dürfen in beliebiger Reihenfolge gelöst werden.
- Die Prüfungsarbeiten müssen mit Tinte, Kugelschreiber oder Filzstift geschrieben werden. Geometrische Konstruktionen sind mit Bleistift auszuführen.

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgabenserien I 5

1.1 Aufgaben Nr. 1a und b, 2a 5

1.2 Lösungen Aufgaben Nr. 1 a und b, Nr. 2a 8

2 Aufgabenserie II 10

2.1 Aufgabe Nr. 2b 10

2.2 Lösungen Aufgabe Nr. 2b 11

3 Aufgabenserie III 12

3.1 Aufgabe Nr. 3 12

3.2 Lösungen Aufgabe Nr. 3 14

3.3 Aufgabe Nr. 4 15

3.4 Lösungen Aufgabe Nr. 4 18

4 Aufgabenserie IV 19

4.1 Aufgabe Nr. 5 19

4.2 Lösungen Aufgabe Nr. 5 21

4.3 Aufgabe Nr. 6 22

4.4 Lösungen Aufgabe Nr. 6 25

5 Aufgabenserie V 27

5.1 Aufgabe Nr. 8 27

5.2 Lösungen Aufgabe Nr. 8 29

6 Aufgabenserie VI 31

6.1 Aufgabe Nr. 7 31

6.2 Lösungen Aufgabe Nr. 7 35

1 Aufgabenserien I

- **Formale Aufgaben (Bruchterme vereinfachen, kürzen, faktorisieren)**
- **Bruchgleichungen**

1.1 Aufgaben Nr. 1a und b, 2a

Aufgabe 1:

a) Vereinfache soweit als möglich:

$$\frac{a}{3a-\cancel{9}\,3} : \frac{a}{2a-2}$$

b) Faktorisiere den folgenden Term vollständig:

$$5m^6 - 50m^5 + 125m^4$$

c) Löse folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{x+2}{2} = \frac{x^2+2}{x} - \frac{x}{2}$$

Aufgabe 2:

a) Löse folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{x-6}{x} = \frac{x}{x+10}$$

b) Vereinfache soweit als möglich:

$$\frac{2a^2}{a^2-1} - \frac{a}{a+1}$$

c) Der Mittelwert der vier Terme

s, $s+1$, $3s+5$, $7s+10$

ist 22. Berechne s.

Aufgabe 3:

a) Vereinfache soweit als möglich:

$$\frac{x^2+3xy}{3} : (x+3y)$$

b) Löse folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{9x-1}{x^2-9x+20} = \frac{5}{x-4} - \frac{1}{x-5}$$

c) Bestimme die drei grössten Zahlen, welche folgende Ungleichung erfüllen:

$$\frac{2x}{3} - \frac{3}{5} \geq x + \frac{7}{10}$$

Aufgabe 4:

a) Löse folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{x}{x+1}+\frac{3}{4}=1$$

b) Vereinfache soweit als möglich:

$$\frac{3x}{x-3}+\frac{2x}{x+3}-\frac{x^2+3x+36}{x^2-9}$$

c) Kürze Vollständig

$$\frac{(x^2-x-6)(x^2-5x+6)}{x^4-13x^2+36}$$

Aufgabe 5:

a) Vereinfache soweit als möglich:

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-9}:\frac{x-2}{x+3}$$

b) Löse folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{3}{x-5}-\frac{2}{x+5}=\frac{4}{x^2-25}$$

c) Bestimme die Menge der Zahlen x, welche beide Bedingungen erfüllen:

$$\frac{x+5}{2}>\frac{4-x}{3} \quad \text{und} \quad \frac{2x+9}{3}>2x$$

Aufgabe 6:

a) Welche durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen erfüllen die folgende Ungleichung?

$$\frac{4x-6}{3}<\frac{3(x+6)}{4}$$

b) Vereinfache soweit als möglich:

$$\frac{x}{3x-3}-\frac{x+1}{3x^2-3}$$

c) Löse folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{x+3}{x+2}+\frac{3}{x^2-4}=\frac{x}{x-2}$$

Aufgabe 7:

a) Welche natürliche Zahlen könnten für x eingesetzt werden,

damit $\frac{x-2}{4}$ kleiner als $\frac{1}{3}$ wird?

b) Vereinfache so weit als möglich:

$$\frac{a}{a-4}+\frac{2a}{a+4}-\frac{8a}{a^2-16}$$

c) Welche Zahlen erfüllen folgende Gleichung?
Nenne die Lösungsmenge.

$$2(x+3)=\frac{4x+13}{2}$$

Aufgabe 8:

a) Vereinfache so weit als möglich:

$$\frac{14u+12}{8u+8}-\frac{u}{4u+4}$$

b) Vereinfache so weit als möglich:

$$\frac{x^2-9}{6x-18}\cdot\frac{6x}{x^2+6x+9}$$

c) Löse folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{3}{2x}-\frac{5}{x+5}=\frac{15x-7}{2x^2+10x}$$

1.2 Lösungen Aufgaben Nr. 1 a und b, Nr. 2a

Aufgabe 1:

a) $\frac{2}{3}$ — **1 P**

Ganzen Term auf einen Bruchstrich gebracht und faktorisiert — 0.5 P

b) $5m^4(m-5)^2$ — **1 P**

$5m^4(m^2-10m+25)$ oder $5(m^3-5m^2)^2$ — 0.5 P

a) 2 — **1 P**

Nennerfreie ausmultiplizierte Gleichung, sofern mit dem Hauptnenner multipliziert wurde — 0.5 P

Aufgabe 2:

a) 15 — **1 P**

Nennerfreie ausmultiplizierte Gleichung — 0.5 P

b) $\frac{a}{a-1}$ — **1 P**

Ganzen Term auf den Hauptnenner gebracht und Zähler ausmultipliziert — 0.5 P

a) 6 — **1 P**

Aufgabe 3:

a) $\frac{x}{3}$ — **1 P**

Ganzen Term auf einen Bruchstrich gebracht und faktorisiert — 0.5 P

b) -4 — **1 P**

Nennerfreie ausmultiplizierte Gleichung — 0.5 P

a) $\mathbb{L} = \{-4, -5, -6\}$ — **1 P**

$x \leqslant -\frac{39}{10}$ — 0.5 P

Aufgabe 4:

a) $\frac{1}{3}$ — **1 P**

Nennerfreie ausmultiplizierte Gleichung — 0.5 P

b) 4 — **1 P**

Ganzen Term auf den Hauptnenner gebracht und Zähler ausmultipliziert — 0.5 P

a) $\frac{x-3}{x+3}$ — **1 P**

Zähler oder Nenner vollständig faktorisiert — 0.5 P

Aufgabe 5:

(a) $\frac{x-2}{x-3}$ — 1 P

Ganzer Term auf einen Bruchstrich gebracht und faktorisiert — 0.5 P

(b) -21 — 1 P

Nennerfreie Gleichung — 0.5 P

(a) $L = \{-1, 0, 1, 2\}$ — 1 P

$x > -\frac{7}{5}$ und $x < \frac{9}{4}$ — 0.5 P

Aufgabe 6:

a) $L = \{3, 6, 9\}$ oder $L = \{0, 3, 6, 9\}$ — 1 P

$x < \frac{78}{7}$ — 0.5 P

b) $\frac{1}{3}$ — 1 P

Ganzer Term auf einen Bruchstrich gebracht und Zähler ausmultipliziert — 0.5 P

a) $x = -3$ — 1 P

Nennerfreie Gleichung — 0.5 P

Aufgabe 7:

a) $L = \{1, 2, 3\}$ oder $L = \{0, 1, 2, 3\}$ — 1 P

$x < \frac{10}{3}$ — 0.5 P

b) $\frac{3a}{a+4}$ — 1 P

Term gleichnamig gemacht — 0.5 P

a) $L = \{\}$ — 1 P

Nennerfreie Gleichung vereinfacht, z.B. $4x + 12 = 4x + 13$ — 0.5 P

Aufgabe 8:

a) $\frac{3}{2}$ — 1 P

Term gleichnamig gemacht und Zähler zusammengefasst — 0.5 P

b) $\frac{x}{x+3}$ — 1 P

Zähler und Nenner vollständig faktorisiert — 0.5 P

a) $x = 1$ oder $L = \{1\}$ — 1 P

Nennerfreie ausmultiplizierte Gleichung — 0.5 P

2 Aufgabenserie II

• **Einfache Textgleichungen/Mathematisieren**

2.1 Aufgabe Nr. 2b

Aufgabe 1:

Bei einem Bruch ist der Zähler um 5 grösser als der Nenner. Der Wert des Bruches ist grösser als $\frac{29}{28}$. Berechne den grössten möglichen Nenner.

Aufgabe 2:

Gib alle natürlichen Zahlen an, welche die folgende Bedingung **NICHT** erfüllen.

$$2+\frac{20x-15}{3}>25$$

Aufgabe 3:

Der Umlauf der Erde um die Sonne dauert 365,25 Tage. Während die Erde acht Umläufe um die Sonne macht, umkreist der Planet Venus diese 13 Mal. In wie vielen Tagen und Stunden kreist die Venus einmal um die Sonne?

Aufgabe 4:

Die Lohnzahlung einer Teilzeitangestellten wurde zuerst um einen Fünfzehntel erhöht. Danach wurde sie noch zweimal um je 20% erhöht und betrug am Schluss Fr. 844.80. Wie gross war der Verdienst vor den Erhöhungen?

Aufgabe 5:

Beweise: Dividiert man die Differenz der Quadrate zweier beliebiger Zahlen p und q durch die Summe der beiden Zahlen, erhält man die Differenz der Zahlen.

Aufgabe 6:

Ein Obsthändler kauft Orangen zu Fr. 1.20 pro Kilogramm. Davon verkauft er die Hälfte zu Fr. 1.40, einen Drittel zu Fr. 1.35 und den Rest zu Fr. 1.50 pro kg. Sein Gewinn beträgt Fr. 1'110.00. Wie viele Kilogramm Orangen hat er eingekauft? Diese Aufgabe ist mit einer Gleichung zu lösen.

Aufgabe 7:

Herr Müller zieht die 2100 Franken für die Tickets zum Fussballmatch von seinen 21 Schülerinnen und Schülern ein. Er bekommt nur 20er und 50er Noten, insgesamt 63 Noten. Wie viele 20er und 50er Noten sind es?

Aufgabe 8:

Zwischen zwei Personen sollen Fr. 1957.50 so verteilt werden, dass die zweite Person 17.5% mehr erhält als die erste. Wie viel erhält jede Person?

2.2 Lösungen Aufgabe Nr. 2b

Aufgabe 1:

139 — **1 P**

$140 > x$ — **0.5 P**

Aufgabe 2:

$L = \{1, 2, 3, 4\}$ — **1 P**

$x > \frac{21}{5}$ — 0.5 P

Aufgabe 3:

224 Tage 18 Stunden — **1 P**

224,77 Tage — 0.5 P

Aufgabe 4:

Fr. 550.– — **1 P**

Aufgabe 5:

Vollständiger Beweis formuliert — **1 P**

Nur $\frac{p^2-q^2}{p+q} = p - q$ — **0.5 P**

Aufgabe 6:

5550 oder 5550 kg — **1 P**

Nur korrekte Gleichung, z.B. $\frac{x}{2} \cdot 1.4 + \frac{x}{3} \cdot 1.35 + \frac{x}{6} \cdot 1.5 = 1110 + 1.2x$ — **0.5 P**

Aufgabe 7:

Es sind 35 20er Noten und 28 50er Noten — **1 P**

Aufgabe 8:

Die erste Person erhält Fr. 900.– und die zweite Fr. 1057.50 — **1 P**

3 Aufgabenserie III

- **Prozent/Zins u. Zinseszins/Wachstumsprobleme Bewegungsaufgaben/Proportionalität**
- **Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit/Zahlenreihen,**
- **Graphen und Tabellen interpretieren.**
- **lineare Funktionen, Geradengleichungen**

3.1 Aufgabe Nr. 3

Aufgabe 1:

Für den Sporttag einer Schule sind Wettbewerbe im Rollbrett- und im Scooterfahren ausgeschrieben. Es melden sich 96 Kinder an. Ein Rollbrett hat vier Rollen, ein Scooter zwei. Zusammen haben die Rollbretter sechsmal so viele Rollen wie die Scooter. Wie viele Kinder nehmen am Scooterwettbewerb teil, wenn jedes Kind nur einen Wettbewerb bestreitet?

Aufgabe 2:

Die Gerade g_1 hat die Gleichung $y = \frac{2}{5}x + 2$, die Gerade g_2 hat die Steigung –1,2 und geht durch den Punkt P(0/–0,4). Stelle die beiden Geraden grafisch dar und berechne die Koordinaten ihres Schnittpunkts.

Aufgabe 3:

Laura kauft im Schwimmbad am Kiosk Süssigkeiten. Es gibt Lakritzstangen für 50 Rappen pro Stück, Kaugummikugeln für 10 Rp. pro Stück und Schleckstängel für 1.20 Fr. pro Stück. Laura kauft doppelt so viele Kaugummikugeln wie Lakritzstangen. Insgesamt kauft sie 29 Süssigkeiten und bezahlt Fr. 11.60. Wie viele Süssigkeiten kauft sich Laura pro Sorte?

Aufgabe 4:

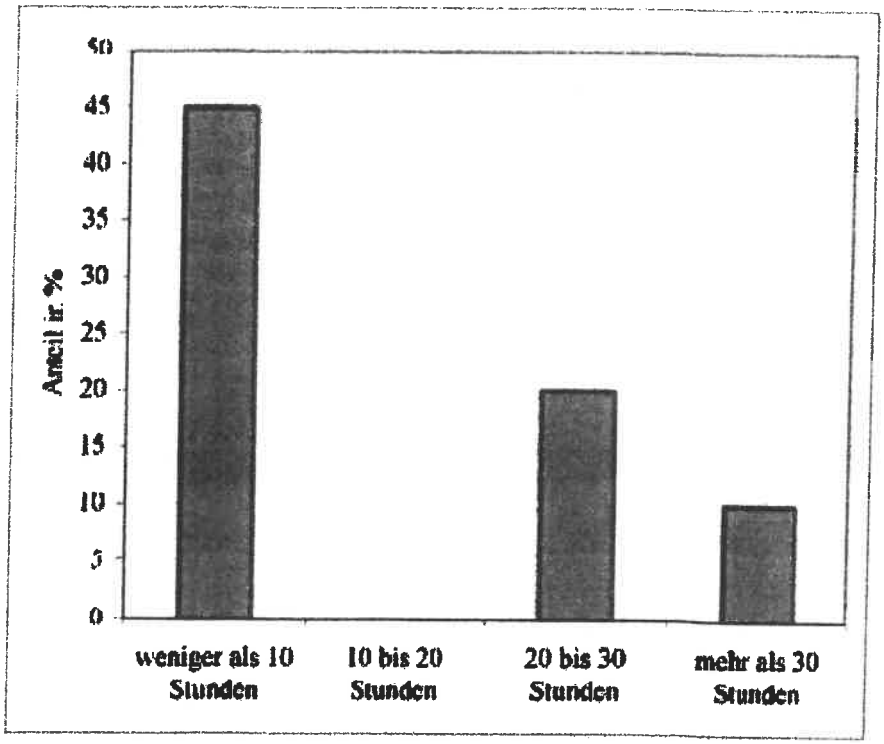
Rosa und Linus kauften in einer Getränkehandlung Mineralwasser zum gleichen Selbstkostenpreis. Rosa kaufte 90 Flaschen und Linus 60 Flaschen. Am Jugendfest verkauften sie die Getränke wieder. Rosa machte dabei einen Gewinn von 30% und Linus von 20 %. Für alle Flaschen zusammen bezahlten die Festbesucher Fr. 311.85. Wie viel kostete eine Flasche im Einkauf?

Aufgabe 5:

Für das EM-Gruppenspiel Schweiz - Portugal wurden im öffentlichen Verkauf 14'450 Karten im Gesamtwert von Fr. 1'648'250.- verkauft. Es waren Karten zu Fr. 175.-, Fr. 130.- und Fr. 70.- erhältlich. Von den beiden günstigeren Preiskategorien wurden je gleich viele Karten verkauft. Wie viele Karten jeder Kategorie wurden verkauft?

Aufgabe 6:

Bei einer Umfrage geben 2'100 Jugendliche an, wie viele Stunden pro Woche sie fernsehen. Das Säulendiagramm zeigt für vier Bereiche die prozentualen Anteile unter den Jugendlichen. Eine Säule fehlt.



a) Wie viele Jugendliche schauen pro Woche 10 bis 20 Stunden fern?

b) Unter den befragten Jugendlichen befanden sich 900 Mädchen. 72 davon gaben an, mehr als 30 Stunden pro Woche fernzusehen. Berechne den prozentualen Anteil der Mädchen und den prozentualen Anteil der Knaben.

Aufgabe 7:

Ein Fussballclub hat beschlossen, 72 neue Fussbälle für 36 Fr. pro Stück zu kaufen. Linus verhandelt mit dem Lieferanten und bekommt einen Rabatt von 20% und dann noch einen Skonto von 4%, wenn er die Rechnung innerhalb von 10 Tagen bezahlt. Wie viele zusätzliche Bälle könnte Linus mit dem eingesparten Betrag kaufen?

Aufgabe 8:

Ein „Big Burger" einer grossen Hamburgerkette kostet in der Filiale Berlin 3.50 Euro. In Zürich bezahlt man für das gleiche Produkt Fr. 6.50. Wie viel Prozent ist der „Big Burger" in der Schweiz teurer als in Deutschland, wenn man mit einem Wechselkurs von Fr. 1.30 für 1 Euro rechnet? Runde auf ganze Prozent.

3.2 Lösungen Aufgabe Nr. 3

Aufgabe 1:

24 **2 P**

Aufgabe 2:

g_1 grafisch dargestellt
g_2 grafisch dargestellt
Gleichung von g_2: $y = -1{,}2x - 0{,}4$
Schnittpunkt $(-1{,}5 \mid 1{,}4)$ berechnet

} je 0.5 P

Aufgabe 3:

8 Lakritzstangen, 16 Kaugummikugeln und 5 Schleckstängel **2 P**

Aufgabe 4:

Fr. 1.65 **2 P**

Aufgabe 5:

Je 5'870 Karten zu Fr. 70.- und Fr. 130.- sowie 2'710 Karten zu Fr. 175.- **2 P**

Kartenanzahl einer Kategorie richtig angegeben **1.5 P**

Aufgabe 6:

525 Jugendliche	**1 P**
25 %	0.5 P
8 % der Mädchen und 11.5 % der Knaben	**1 P**
nur einer der beiden Werte	0.5 P

Aufgabe 7:

21 Bälle	**2 P**
93 Bälle	**1.5 P**
Nettopreis für 72 Fussbälle Fr. 1'990.66 oder für einen Fussball Fr. 27.65	**1 P**

Aufgabe 8:

43%	**2 P**
Big Burger kostet in Berlin Fr. 4.55	**1 P**

3.3 Aufgabe Nr. 4

Aufgabe 1:

Erna steht auf einem 180 m hohen Leuchtturm und blickt durch ihr neues Fernglas aufs offene Meer. Am 47,89 km entfernten Horizont erkennt sie die Segeljacht Alinghi. Berechne den Erdradius r auf Kilometer genau.
(Diese Aufgabe wird nur mit einem Punkt bewertet.)

Aufgabe 2:

a) Von 1970 bis 1980 betrug die mittlere Teuerung 4,98%. Wie teuer war 1980 ein sechsteiliges Tafelservice, das 1970 einen Betrag von Fr. 860.– kostete, wenn sein Preis entsprechend der allgemeinen Teuerung angepasst wurde?

b) Bei einem anderen Tafelservice wurde der Preis nach einem Jahr um 30%, nach einem weiteren Jahr noch mal um 20% erhöht. Um wie viel Prozente müsste man danach den Preis senken, um wieder den Anfangspreis zu erhalten?

Aufgabe 3:

Eine Gerade geht durch die Punkte A(–5/0) und B(5/2).

a) Bestimme die Gleichung dieser Geraden

b) Aus der Zeichnung lässt sich nicht mit Sicherheit ablesen, ob der Punkt P(2,2/1,4) auf der Geraden liegt. Entscheide auf Grund einer Rechnung.

Aufgabe 4:

Ein Güterzug befährt mit $v = 60$ km/h die 60 km lange Strecke von Payerne nach Lausanne. Genau in der Mitte soll er einen Extrazug kreuzen, der ohne Halt mit 90 km/h von Lausanne nach Payerne fährt. Zeichne die Situation in einem Weg- Zeit-Diagramm auf und gib relevante Fahrdaten an.

Aufgabe 5:

Die Erfahrung lehrt, dass sich die jährlichen Betriebskosten für einen Roller etwa wie folgt zusammensetzen, wenn man mit einer Fahrleistung von 5'000 km pro Jahr rechnet:

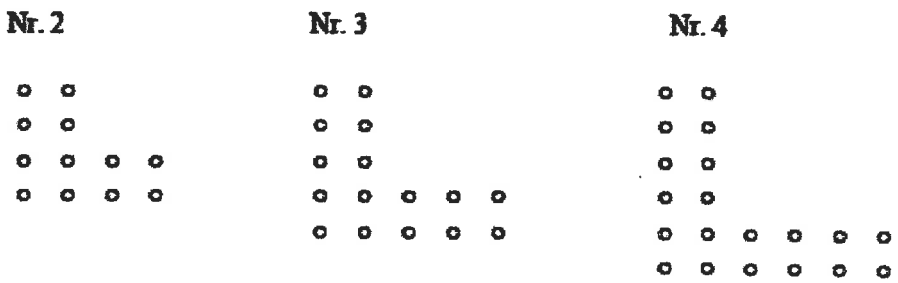
- Amortisation: 20% des Katalogpreises
- Steuern: Fr. 36.-
- Verzinsung des halben Katalogpreises zu 3.5 % (Darlehen vom Grossvater)
- Versicherung: Fr. 143.90
- Treibstoffkosten: Mittlerer Verbrauch 2.7 Liter pro 100 km, Benzinpreis Fr. 1.67 pro Liter
- Unterhalt und Reparaturen 10% des Katalogpreises.

Welchen Betrag - auf 100 Franken genau - kann ein Lehrling für einen neuen Roller aufwenden, wenn er für die monatlichen Ausgaben Fr. 130.- budgetiert?

Aufgabe 6:

Ein Flugzeug legt die 6'363 km lange Strecke von Montreal (Kanada) nach Zürich mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 950 km/h zurück. Wenn es in Zürich 20 Uhr ist, ist es in Montreal erst 14 Uhr. Bestimme die Abflugzeit in Montreal (Ortszeit Montreal), wenn das Flugzeug in Zürich um 7 Uhr morgens landen soll.

Aufgabe 7:



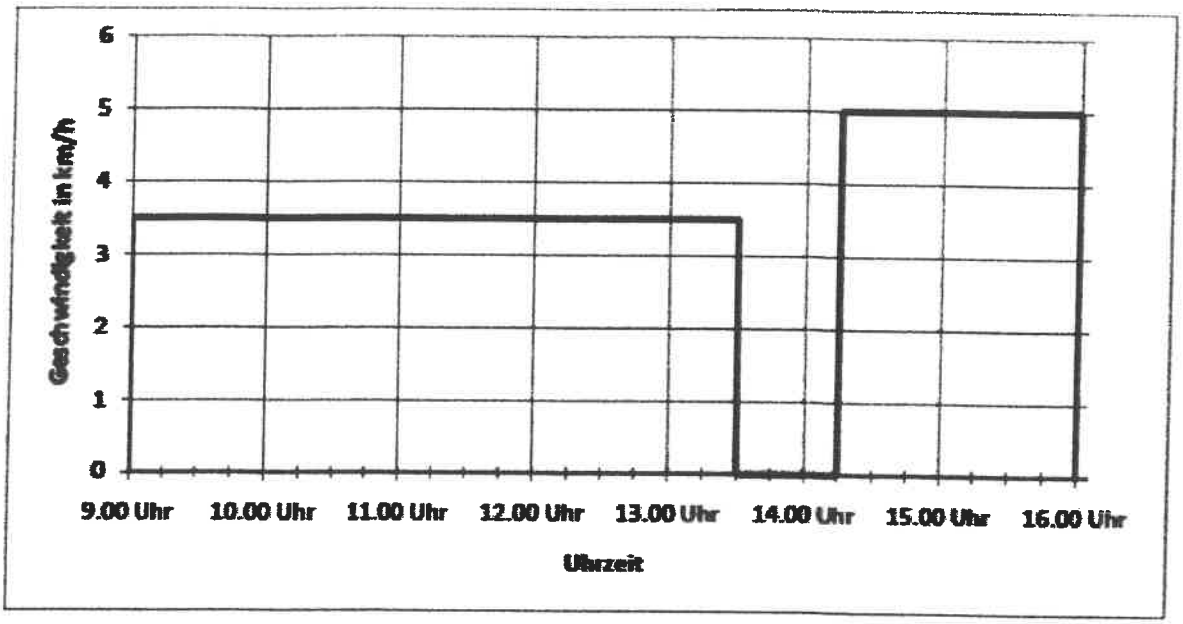
Setze die obige Figuren-Folge nach links und nach rechts um je einen Schritt fort (Zeichnungen auf das Lösungsblatt). Halte die Ergebnisse protokollarisch in einer Tabelle der folgenden Art fest. Übertrage diese ebenfalls auf das Lösungsblatt.

Figur	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
Anzahl					
Zuwachs					

- Welche Aussage kann man über den Zuwachs machen?
- Nenne zusätzlich die Anzahl der Elemente in der Figur 203.
- Nenne einen Term, mit dessen Hilfe sich die Anzahl Elemente in der n-ten Figur berechnen lässt.

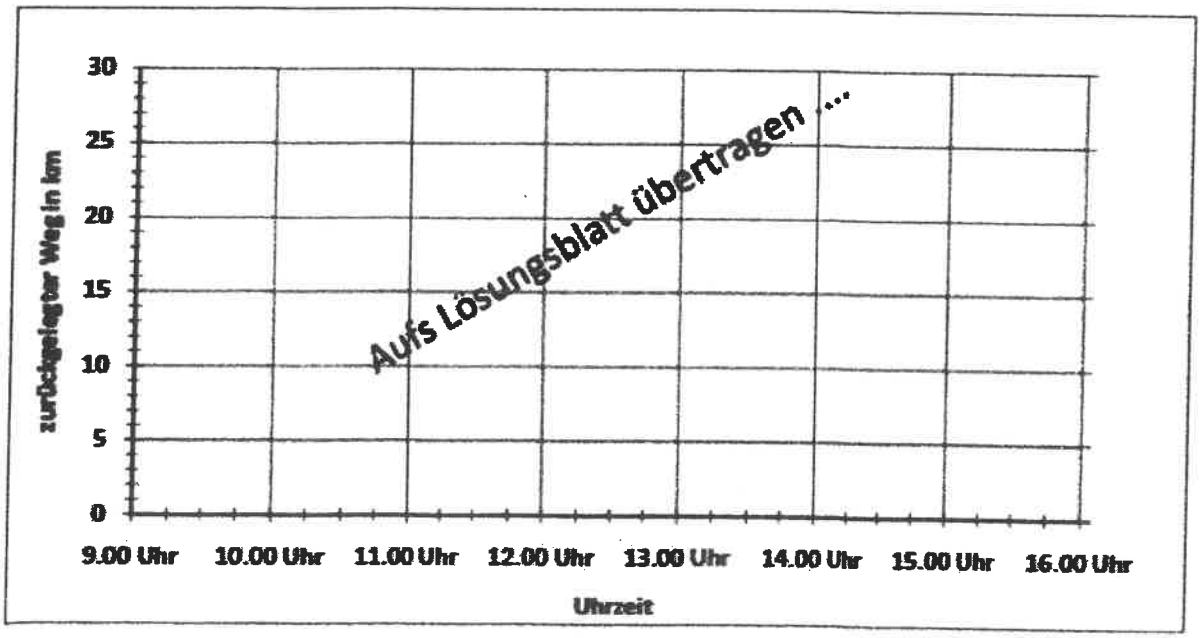
Aufgabe 8:

Das Diagramm zeigt den Verlauf von Peters Frühlingswanderung, die von 9.00 Uhr bis 16.00 Uhr gedauert hat.



a) Welche Strecke hat Peter vor und welche nach der Pause zurückgelegt? Wie gross war Peters Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen 9.00 Uhr und 16.00 Uhr?

b) Übertrage das folgende Weg-Zeit-Diagramm aufs Lösungsblatt und zeichne so genau als möglich den Verlauf von Peters Wanderung ein.



3.4 Lösungen Aufgabe Nr. 4

Aufgabe 1:

6'371 km	**1 P**
Formal korrekter Pythagoras (z. B. $r = \sqrt{(r+h)^2 - \overline{AT}^2}$)	**0.5 P**

Aufgabe 2:

a) **Fr. 1'398.– oder Fr. 1'398.20**	**1 P**
b) **36 % oder 35,9 %**	**1 P**
Preis nach 2 Jahren: 1,56 · Anfangspreis	**0.5 P**

Aufgabe 3:

a) $y = \frac{1}{5}x + 1$	**1 P**
Steigung: $\frac{1}{5}$ oder y-Achsenabschnitt: 1	**0.5 P**
b) **Rechnerisch gezeigt, dass $P \notin AB$**	**1 P**

Aufgabe 4:

Güterzug in ein vernünftig konzipiertes Diagramm eingetragen Extrazug eingetragen Fahrzeit des Extrazuges: 40 min Extrazug startet 10 min nach dem Güterzug und ist 10 min früher am Ziel	je 0.5 P

Aufgabe 5:

3'600.–	**2 P**
Ein Kostenfaktor falsch	**1 P**
Mit Fr. 130.– anstatt Fr. 12 · 130.– gerechnet	**0 P**

Aufgabe 6:

Abflug in Montreal um 18:18 Uhr	**2 P**
Flugzeit 6 h 42 min	**1 P**
Flugzeit 6 7 h	**0.5 P**

Aufgabe 7:

Zeichnungen und Tabelle (Anzahl: 8, 12, 16, 20, 24; Zuwachs: je 4)	**0.5 P**
Der Zuwachs ist stets 4	**0.5 P**
816 Elemente (Nr. 203)	**0.5 P**
$(n+2)^2 - n^2$ oder $4n+4$	**0.5 P**

Aufgabe 8:

a) **Durchschnittsgeschwindigkeit 3.5 km/h**	**1 P**
Weg vor der Pause 15.75 km und Weg nach der Pause 8.75 km	**0.5 P**
b) **Graph bis 13:30 Uhr konstant steigend (s=15.75km), horizontal bis 14:15 Uhr und wieder konstant steigend bis 16:00 Uhr (s=24.5km)**	**1P**
Nur 1. Etappe oder nur 2. Etappe oder nur Pause korrekt	**0.5 P**

4 Aufgabenserie IV

- **Geometrie-Aufgaben**
- **(Konstruktion Dreieck, Viereck/Ortsbogen/**
- **Symmetrieeigenschaften/Kongruenzabbildungen/**
- **Winkelsätze/Tangenten/Thaleskreis)**
- **Pythagoras in der Ebene**
- **lineare Funktionen, Geradengleichungen**

4.1 Aufgabe Nr. 5

Aufgabe 1:

Entwirf einen Zylinder, der 1 Liter Inhalt hat. Orientiere dich dabei an handelsüblichen Konservenbüchsen. (Diese Aufgabe wird mit 3 Punkten bewertet.)

a) Vergrössere den Radius um 10 %, behalte aber die Höhe bei und gib an, um wie viel % das Volumen zunimmt.

b) Vergrössere den Radius und die Höhe um je 10 % und gib an, um wie viel % die Oberfläche und um wie viel % das Volumen gegenüber dem ursprünglichen Zustand wächst.

c) Begründe oder widerlege folgende Aussage:
In Aufgabe b) erhält man unabhängig von der Grösse des Radius und der Höhe immer dasselbe Ergebnis.

Aufgabe 2:

Diese Aufgabe wird mit einem Punkt bewertet.

In einem Rechteck ABCD hat das Lot (=Senkrechte) von der Ecke B auf die Diagonale $e = \overline{AC}$ die Länge 3. Der Winkel zwischen diesem Lot und der Seite $\overline{BC}$ beträgt 30°. Berechne die Länge der Seite $\overline{BC}$.

Aufgabe 3:

Diese Aufgabe wird mit einem Punkt bewertet.

Zwei konzentrische Kreise bilden einen Kreisring. Die längst mögliche Strecke in diesem Ring ist eine Linie, die den inneren Kreis berührt. Wie lange ist diese längst mögliche Strecke, wenn der Kreisring den gleichen Flächeninhalt hat wie der kleinere Kreis? Der Radius des kleineren Kreises beträgt 5 cm.

Aufgabe 4:

Diese Aufgabe wird mit einem Punkt bewertet.

In einem Trapez mit einem Flächeninhalt von 360 cm² misst die Höhe 24 cm. Die Längen der parallelen Seiten verhalten sich wie 2 : 3. Wie lang sind diese Seiten?

Aufgabe 5:

Diese Aufgabe wird mit einem Punkt bewertet.

Von einem Rechteck sind eine Seite $a = \sqrt{3} \cdot s$ und die Diagonale $d = \sqrt{10} \cdot s$ bekannt. Berechne die Fläche. Nicht aufgehende Wurzeln sollen soweit als möglich vereinfacht und stehen gelassen werden.

Aufgabe 6:

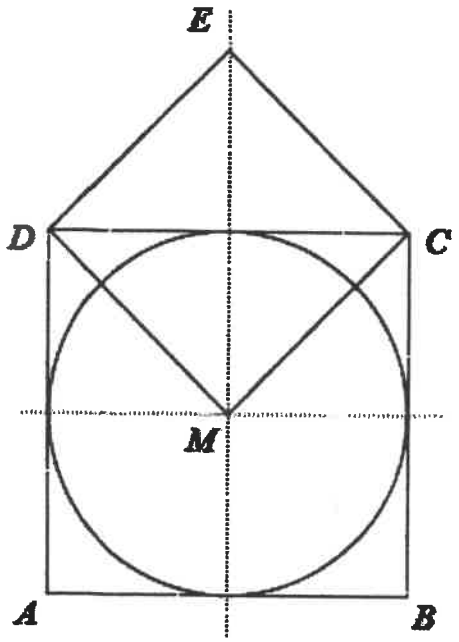
a) Gegeben ist ein Kreis mit Radius a. Dem Kreis ist je ein Quadrat umbeschrieben (die Quadratseiten sind Tangenten an den Kreis) sowie ein Quadrat einbeschrieben (die Eckpunkte des Quadrates liegen auf der Kreislinie). Berechne die beiden Quadratflächen und bestimme das Verhältnis der kleineren zur grossen Quadratfläche.

b) Bestimme die Punkte innerhalb des Dreiecks $A(-2/-2), B(5/0), C(0/3)$, welche näher bei $\overline{AC}$ als bei $\overline{AB}$ liegen und die von A einen grösseren Abstand haben als von B.

Aufgabe 7:

a) Konstruiere einen Rhombus (Raute) aus der Diagonalen $e = \overline{AC} = 8.5cm$ und dem Winkel $CDA = \delta = 122°$

b) In der nebenstehenden Skizze erkennt man das Quadrat $MCED$ sowie ein grösseres $ABCD$, in das ein Inkreis eingezeichnet ist. Welches ist das Verhältnis zwischen dem Flächeninhalt des kleinen Quadrates $MCED$ und jenem des Kreises?



Aufgabe 8:

a) Konstruiere ein Parallelogramm $ABCD$ mit der Diagonalen $\overline{AC} = e = 12cm$, der Diagonalen $\overline{BD} = f = 7cm$ und dem Winkel $\measuredangle DCB = \gamma = 50°$.

b) Ein rechtwinkliges Dreieck hat die Katheten a = 5 cm und b = 12 cm. Berechne die Hypotenuse und den Umkreisradius.

4.2 Lösungen Aufgabe Nr. 5

Aufgabe 1:

a) **21 %** — **1 P**
Einen korrekten Zylinder mit 1 l Inhalt entworfen — **0.5 P**

b) **Oberfläche um 21 % und Volumen um 33 %** (auch 33,1 %) — **1 P**
Oberfläche um 21 % oder Volumen um 33 % — **0.5 P**

c) **Formale Begründung für die Richtigkeit der Aussage** — **1 P**
Neues Volumen $V_2 = (1{,}1r)^2\pi \cdot 1{,}1h$ — **0.5 P**

Aufgabe 2:

$2\sqrt{3}$ (auch 3,5) — **1 P**
Eine richtige Gleichung für b — **0.5 P**

Aufgabe 3:

10 cm — **1 P**
Radius des äusseren Kreises: $5\sqrt{2}$ cm — 0.5 P

Aufgabe 4:

12 cm und 18 cm — **1 P**
Mittelparallele: 15 cm — 0.5 P

Aufgabe 5:

Fläche $A = \sqrt{21}s^2$ — **1 P**
Nur $b = \sqrt{7}s$ — **0.5 P**

Aufgabe 6:

a) **0.5 oder 1 : 2** — **1 P**
$A_{kleines\,Quadrat} = 2a^2$ — 0.5 P

b) **Korrekter Lösungsbereich mit Konstruktionsbericht** — **1 P**
Winkelhalbierende und Mittelsenkrechte — 0.5 P

Aufgabe 7:

a) **Rhombus mit Konstruktionsbericht** — **1 P**
(mit Ortsbogen oder mit Parallelen zur Winkelhalbierenden, oder mit Winkelberechnung, oder mit Mittelsenkrechten u. Winkelverschiebung)
Nur Ortsbogen oder nur Mittelsenkrechte auf Diagonale e — **0.5 P**

b) **$2 : \pi$ oder $1 : (\pi/2)$** — **1 P**
$2r^2 : (\pi r^2)$ ungekürzt — **0.5 P**

Aufgabe 8:

a) **Parallelogramm mit Lösungsbericht** — **1 P**
Ortsbogen für 50° über Strecke $\overline{BD}$ — **0.5 P**

b) **Hypotenuse 13 cm, Umkreisradius 6.5 cm** — **1 P**
Nur Hypotenuse — **0.5 P**

4.3 Aufgabe Nr. 6

Aufgabe 1:

Eine Autofahrerin ist dreimal so schnell wie ein Velofahrer. Beide bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer geraden Strasse.

a) Der Velofahrer hat einen Vorsprung von 1'000 m. Wie weit muss die Autofahrerin fahren, bis sie den Velofahrer einholt?

b) In einer anderen Situation startet die Autofahrerin zwei Minuten nach dem Velofahrer von derselben Stelle aus. Die Geschwindigkeit des Velofahrers beträgt 5 m/s, diejenige der Autofahrerin ist wiederum dreimal so gross. Stelle die Bewegungen in geeigneter Weise grafisch dar und interpretiere den Schnittpunkt der beiden Graphen.

Aufgabe 2:

Diese Aufgabe wird mit 3 Punkten bewertet. Nimm dir für die Aufgabe 20 Minuten Zeit.

Lehrerinnen und Lehrer eines Schulhauses wollen für das Lehrerzimmer eine Espressomaschine mieten. Das benötigte Kaffeepulver soll von der Vermieterfirma in Einportionenkapseln geliefert werden.
Die Firma N macht folgende Offerte: Jede Kapsel Kaffee kostet 60 Rappen, eine Miete für die Maschine wird nicht erhoben.
Die Firma C verlangt eine Monatsmiete von Fr. 70.–, in der schon 100 Kapsel inbegriffen sind. Jede weitere Kapsel wird mit 30 Rp. berechnet.
Nun sollst du das Angebot einer dritten Firma M entwerfen. Die Firma will mit einem Kapselpreis in mittlerer Höhe und einer bescheidenen Miete operieren. Sie möchte in einem mittlere Verbrauchsbereich (etwa 100 bis 200 kapseln pro Monat) mit einem kleinen Vorsprung das preisgünstigste Angebot machen.

- Formuliere ein Angebot, das den Vorstellungen der Firma M entspricht.
- Zeichne eine Graphik, die alle drei Angebote (von 0 bis 300 Kapsel pro Monat) mit drei Graphen möglichst exakt darstellt.
- Interpretiere die Graphik und formuliere, in welchem mittleren Bereich die Firma M das günstigste Angebot macht.
- Erfinde und formuliere eine Aufgabe, in der gefragt wird, ab welcher Anzahl von monatlich konsumierten Kapseln eine Firma günstiger ist als eine der beiden anderen.
- Löse diese von dir erfundene Aufgabe mit einer Gleichung oder Ungleichung.

Aufgabe 3:

Diese Aufgabe wird mit 3 Punkten bewertet.
Wir beginnen mit einer Strecke der Länge 1. in einem ersten Schritt nimmt man das mittlere Drittel dieser Strecke weg. Es bleiben zwei Strecken der Länge 1/3. Zusammen messen sie also 2/3. In jedem folgenden Schritt nimmt man bei allen noch vorhandenen Strecken das mittlere Drittel weg. Wenn man immer so weiterfährt, entsteht die so genannte *Cantor-Menge.*

- Zeichne die bei den ersten 4 Schritten entstehende Situation
- Wie gross ist die Summe aller Streckenlängen nach dem zweiten Schritt? Nach dem dritten Schnitt?
- Finde eine Formel, welche die Summe aller Streckenlängen nach dem n-ten Schritt angibt.

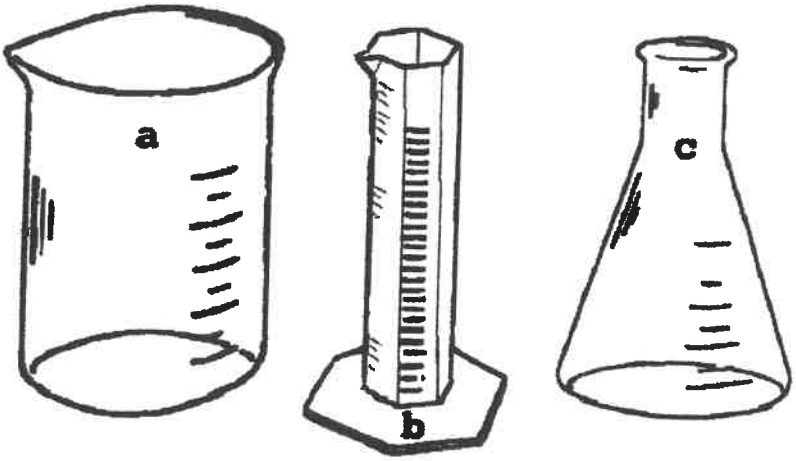
Aufgabe 4:

Diese Aufgabe wird mit drei Punkten bewertet.

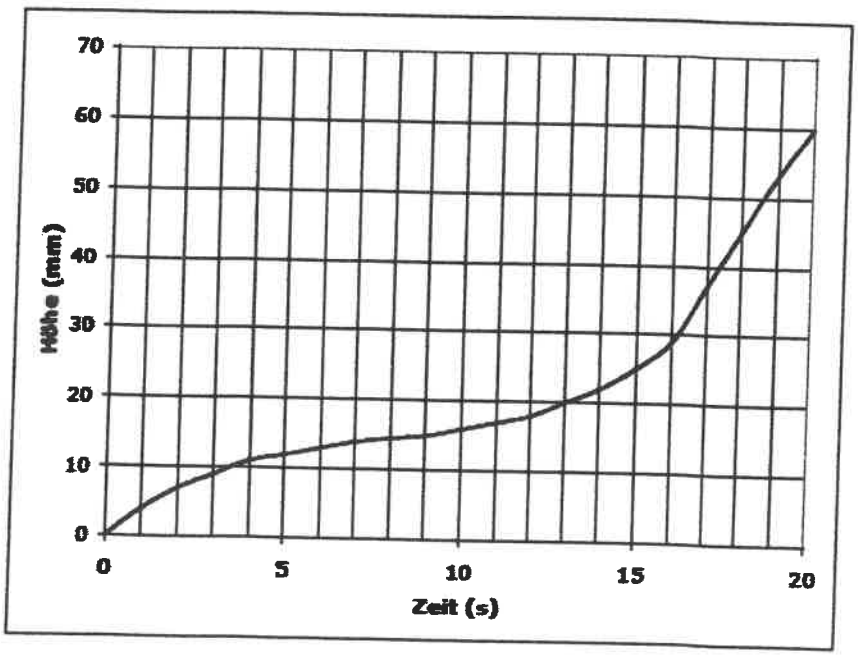
a) Die drei unten skizzierten Gefässe sind gleich hoch. Zeichne eine Grafik über den Verlauf der drei Wasserstandshöhen, wenn in jedes Gefäss pro Sekunde gleich viel Wasser fliesst.

b) Unten findest du eine Grafik, welche den Verlauf einer Wasserstandshöhe darstellt. Entwirf ein dazu passendes Gefäss.

Zu Aufgabe 6. a)



Zu Aufgabe 6. b)



Aufgabe 5:

Diese Aufgabe wird mit zwei Punkten bewertet.

a) Ein Fallschirmspringer springt aus dem Flugzeug. Die Geschwindigkeit beträgt nach einer Sekunde bereits 10 m/s. Sie nimmt dann allerdings immer weniger stark zu, weil der Luftwiderstand bremst. Nach 15 Sekunden beträgt die Geschwindigkeit 200 km/h und bleibt jetzt gleich.

b) Skizziere möglichst genau das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm für die ersten 25 s. Der Springer möchte nach 25 Sekunden im freien Fall in etwa 1000 m Höhe den Fallschirm öffnen. Schätze, in welcher Höhe er das Flugzeug verlassen muss.

Aufgabe 6:

Eine Gerade g geht durch die beiden Punkte $A(1/1.5)$ und $B(3/4.5)$.

a) Zeichne den Graphen diese Geraden g und notiere dann, wie die x-Koordinate eines Punktes C heissen müsst, wenn die Gerade g auch den Punkt $C(x/60)$ gehen sollte.

b) Die Gerade g wird an der waagrecht verlaufenden Gerade y = 2.2 gespiegelt. Berechne die *Steigung* der Bildgeraden g' und notiere die *Gleichung* der Bildgeraden g'.

Aufgabe 7:

Eine Gerade g geht durch den Punkt (1 / 0) und hat die Steigung m = 1.5. Diese Gerade g wird dann am punkt (0 / 1) gespiegelt. Durch die Spiegelung entsteht die Gerade g*.

a) Zeichen die Gerade g, Das Spiegelungszentrum und die Bildgerade g* in einem Koordinatensystem auf.

b) Erstelle zu g und g* Wertetabellen

c) Stelle zu g und g* die Geradengleichung auf

d) Kommentiere in einem Satz die wichtigste Eigenschaft der Geraden g* im Bezug zu g.

Aufgabe 8:

a) Zeichne die Gerade mit der Gleichung y = –1.5 x + 2 und bestimme die Koordinaten ihres Schnittpunktes mit der x-Achse.

b) Stelle die Gleichung der Geraden durch die Punkte $P(8/9)$ und $Q(-12/-16)$ auf. Verschiebe sie dann um 3 Einheiten in (positiver) y-Richtung. Wie lautet die Gleichung der verschobenen Gerade?

4.4 Lösungen Aufgabe Nr. 6

Aufgabe 1:

a) **1'500 m** — **1 P**
Zeit mit beliebigem v bestimmt — **0.5 P**

b) **Graphische Darstellung und Schnittpunktkoordinaten ($t = 180$ s | $s = 900$ m) als Zeit und Ort des Einholens interpretiert** — **1 P**
Graphische Darstellung oder Schnittpunktinterpretation — **0.5 P**

Aufgabe 2:

6. Eine mögliche Lösung könnte so aussehen:
   i) Angebot M: z. B. Fr. 20.– Grundgebühr und Fr. 0.40 pro Kapsel
   ii) Graphik
   iii) korrekter Bereich
   iv) Aufgabe formuliert: z. B. Ab welcher Kapselzahl ist C günstiger als M?
   v) Gleichung oder Ungleichung: z. B. $20 + 0{,}4x > 70 + 0{,}3(x - 100)$
   vi) Rechnerische Lösung der Gleichung oder Ungleichung

   } je 0.5 P

Aufgabe 3:

i) Situation bis nach vier Schritten richtig gezeichnet — 1 P
Situation bis nach drei Schritten richtig gezeichnet — 0.5 P

ii) Summe der Strecken nach dem 2. Schritt: $\frac{4}{9}$ und nach dem 3. Schritt: $\frac{8}{27}$ — 1 P
Summe der Strecken nach dem 2. Schritt: $\frac{4}{9}$ oder nach dem 3. Schritt: $\frac{8}{27}$ — 0.5 P

iii) Summe der Strecken nach n Schritten: $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ — 1 P

Aufgabe 4:

a) Für das Becherglas a) eine Strecke mit geringer Steigung eingetragen
Für den Messkolben b) eine Strecke mit grosser Steigung eingetragen
Für den Erlenmeyerkolben c) eine konvexe Kurve mit Strecke für den Hals eingetragen

} je 0.5 P

b) **Mögliches Gefäss** — **1.5 P**
Mögliches Gefäss aber ohne Hals mit konstantem Querschnitt — 1 P
Unterer Teil des Gefässes falsch aber Hals mit konstantem Querschnitt — 0.5 P

Aufgabe 5:

(a) **bremsen, still stehen, beschleunigen, konstante Geschwindigkeit** — **1 P**
still stehen von t_1 bis t_2 — **0.5 P**

(b) **nahezu lineare Geschwindigkeitszunahme zwischen 0 s und 1 s, abnehmende Beschleunigung zwischen 1 s und 15 s und konstante Geschwindigkeit ($v \approx 200$ km/h) zwischen 15 s und 25 s** — **1 P**
Zwei Teilabschnitte richtig — **0.5 P**

(c) **Schätzwert für das Verlassen des Flugzeuges: 2000 m bis 2400 m** — **1 P**
Nur freie Fallstrecke: 1000 m - 1400m — **0.5 P**

Aufgabe 6:

a) **Graph und $C(40/60)$** **1 P**
Graph im Koordinatensystem mit beschrifteten Achsen 0.5 P

b) $y = -1{,}5x + 4{,}4$ **1 P**
Steigung $m = -1.5$ 0.5 P

Aufgabe 7:

a) **g und g^* mit Spiegelpunkt (0/1) korrekt konstruiert** **0.5 P**

b) **Beide Wertetabellen** **0.5 P**

z.B. g:

y	0	1	2	3	4	5	6
x	-1.5	0	1.5	3	4.5	6	7.5

z.B. g^*:

y	-1	0	1	2	3	4	5
x	2	3.5	5	6.5	8	9.5	11

c) **g: $y = 1.5x - 1.5$ und g^*: $y = 1.5x + 3.5$** **0.5 P**

d) **Die Geraden g^* und g haben die gleiche Steigung**
oder
Die Geraden sind parallel **0.5 P**

Aufgabe 8:

a) **Korrekte Zeichnung** **0.5 P**
Schnittpunkt mit der x-Achse $\left(\frac{4}{3}\middle|0\right)$ berechnet **0.5 P**

b) **Gleichung der verschobenen Gerade $y = \frac{5}{4}x + 2$** **1 P**
Nur Steigung m oder nur y-Achsenabschnitt q **0.5 P**

5 Aufgabenserie V

- **Terme, Gleichungen gewinnen und interpretieren**
- **Doppelbruch**

5.1 Aufgabe Nr. 7

Aufgabe 1:

Bei einem Spiel werfen Hans und Erna 4 Zwanzigrappenstücke. Jede der geworfenen Münzen zeigt entweder Kopf (*K*) oder Zahl (*Z*). Was kannst du über die zu erwartenden Häufigkeiten der verschiedenen möglichen Ausgänge sagen, wenn die beiden das Spiel 10'000 Mal spielen?

Aufgabe 2:

Suche zahlen, die gleichzeitig folgende Bedingungen erfüllen:

- beim Teilen durch 3 entsteht der Rest 1
- beim Teilen durch 4 entsteht der Rest 2

Welche Struktur kommt zum Vorschein, wenn du sie geordnet hast? Notiere eine Formel, welche alle derartigen Zahlen erzeugen.

Aufgabe 3:

Schreibe zu den ersten zehn Quadratzahlen jeweils den Rest bei der Division durch 4 hin. Was stellst du fest? Beweise deine Feststellung.

Aufgabe 4:

Nimm den fünften Teil einer Zahl und addiere 11. Du bekommst das gleiche Ergebnis, wenn du den elften Teil der Zahl nimmst und 5 addierst.

- Berechne die gesuchte Zahl
- Löse die Aufgabe mit zwei anderen Zahlen als 5 und 11. Was stellst du fest? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 5:

Vereinfache so weit als möglich:

$$\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{1+\frac{v}{c}}\cdot\frac{v}{c}+\sqrt{\frac{(c-v)(c^2-v^2)}{c^2}\cdot\frac{1}{c+v}}$$

Aufgabe 6:

Vereinfache so weit als möglich:

$$\frac{\frac{1}{1+\frac{x}{3}}+\frac{1}{1+\frac{3}{x}}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{a-b}{ax+ay-b(x+y)}}$$

Aufgabe 7:

Vereinfache so weit als möglich:

$$\frac{ax+3a^2}{x^2+6ax+9a^2}+\frac{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+5a}{\frac{x^2-9a^2}{x-3a}}$$

Aufgabe 8:

Vereinfache so weit als möglich:

$$\frac{\frac{x^3-12x^2+35x}{x^3-2x^2-35x}}{-\frac{21}{4}+\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-x^2}+\frac{5-x}{x^2-25}$$

5.2 Lösungen Aufgabe Nr. 7

Aufgabe 1:

7. $\frac{10'000}{16} = 625$, $\frac{4 \cdot 10'000}{16} = 2'500$, $\frac{6 \cdot 10'000}{16} = 3'750$, $\frac{4 \cdot 10'000}{16} = 2'500$, $\frac{10'000}{16} = 625$ **2 P**

Gleichverteilung erkannt (jedes mögliche Resultat bei unterscheidbaren Münzen wird gleich oft erwartet)
$h(4 \times K) = h(0 \times K)$ und $h(3 \times K) = h(1 \times K)$
$h(4 \times K) < h(3 \times K) < h(2 \times K)$ } je 0.5 P

Aufgabe 2:

$12n - 2$ oder $12n + 10$ **2 P**

Richtige Beschreibung der Folge, z. B. konstante Differenz 12 **1 P**

Mindestens die ersten 5 Glieder der Folge notiert: 10, 22, 34, 46, 58, ... **0.5 P**

Aufgabe 3:

Feststellung:
Quadrate gerader Zahlen sind immer durch 4 teilbar.
Quadrate ungerader Zahlen liefern immer den Viererrest 1. } je 0.5 P

Begründung:
$(2n)^2$ ist immer durch 4 teilbar, weil $4n^2$ durch 4 teilbar ist.
$(2n+1)(2n+1) = 4n^2 + 4n + 1$; der dritte Summand liefert den Rest 1. } je 0.5 P

Aufgabe 4:

Gesuchte Zahl: -55
Die Lösung ist immer die Gegenzahl des Produkts der beiden gegebenen Zahlen
Gleichung mit Formvariablen aufgestellt: $\frac{x}{a} + b = \frac{x}{b} + a$
Lösungsterm $-ab$ gefunden } je 0.5 P

Aufgabe 5:

$\frac{c^2 - v^2}{c^2}$ oder $1 - \frac{v^2}{c^2}$ **2 P**

Rechter Summand vereinfacht: $\frac{v(c-v)}{c^2}$ **1 P**

Linker Summand vereinfacht: $\frac{c-v}{c}$ **0.5 P**

Aufgabe 6:

$2(x+y) = 2x + 2y$ **2 P**

Für Teillösungen werden die folgenden Punktzahlen summiert

Nur ein Summand des Zählers vereinfacht, d.h. $\frac{3}{3+x}$ oder $\frac{x}{x+3}$	+0.5 P
Ganzer Zähler vereinfacht (er beträgt 1)	+0.5 P
Nenner vereinfacht, z.B. $\frac{1}{2(x+y)}$	+0.5 P

Aufgabe 7:

2 **2 P**

Linker Summand vereinfacht $\frac{a}{x+3a}$

Zähler rechter Summand vereinfacht $2x+5a$

Nenner rechter Summand vereinfacht $x+3a$

je 0.5 P

Aufgabe 8:

0	**2 P**
Linker Zähler vereinfacht $\frac{x-5}{x+5}$	**0.5 P**
Linker Nenner vereinfacht $x-5$	**0.5 P**
Rechter Summand vereinfacht $-\frac{1}{x+5}$	**0.5 P**

6 Aufgabenserie VI

- **Raumgeometrie**
  (Pythagoras/Volumen/Oberfläche/Zylinder, Pyramide, Kegel)
- **Terme, Gleichungen gewinnen und interpretieren**

6.1 Aufgabe Nr. 8 und falls vorhanden Nr. 9 (Aufgabe b)

Aufgabe 1a:

Begründe oder widerlege:

a) Der Term $n^3 - n$ liefert für alle natürlichen Zahlen n immer eine durch 3 teilbare Zahl.
b) Jede Zahl der Form *ababab* (z. B: 343434) ist durch 91 teilbar.

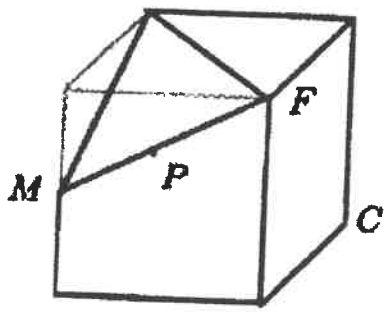
Aufgabe 1b:

Alle Kanten eines Prismas haben die Länge k, seine Grundfläche ist ein regelmässiges Sechseck.

a) Drücke die Oberfläche des Prismas durch k aus. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen!)
b) Eine Ebene, die eine Kante der Deckfläche und eine Kante der Grundfläche enthält, zerlegt das Prisma in zwei kongruente Teilkörper. Berechne den Inhalt der Schnittfläche in Abhängigkeit von k.

Aufgabe 2a:

a) Von einem würfelförmigen Steinblock mit Kantenlänge 1 wird eine Ecke mit einem ebenen Schnitt durch zwei diagonal liegenden Eckpunkte der Deckfläche und den Mittelpunkt M einer Seitenkante abgetrennt. Berechne den Inhalt der Schnittfläche. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen!)



b) P ist die Mitte der Kante $\overline{MF}$. Wie lang ist die Strecke $\overline{PC}$? (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen!)

Aufgabe 2b:

a) In Princeton legt Albert Einstein seinen 3 km langen Arbeitsweg stets zu Fuss zurück. Einmal bemerkt er genau in der Mitte des Weges, dass er, sofern er seine Geschwindigkeit beibehielte, 6 Minuten zu spät zum Institut ankäme. Um wie viel muss er die Geschwindigkeit erhöhen, um noch rechtzeitig einzutreffen, wenn er die erste Weghälfte mit 5 km/h zurückgelegt hat?

b) Als sich Albert Einsteins Freund Kurt Gödel um das amerikanische Bürgerrecht bewirbt, hat er Fragen zur Geschichte zu beantworten. Nach der Befragung sagt er: „ Weil ich anfänglich nervös war, konnte ich von den ersten 10 Fragen nur zwei richtig beantworten. Bei den übrigen Fragen habe ich 80% Richtige erreicht und damit zwei Drittel aller Fragen korrekt beantwortet." Wie viele Fragen wurden gestellt?

Aufgabe 3a:

a) Daniela und Kevin schätzen die Zeit für die Heimreise mit dem Velo. Daniela sagte eindreiviertel Stunden voraus, Kevin schlug eineinhalb Stunden vor. Die effektive Fahrzeit lag zwischen den beiden Schätzwerten. Kevin schätzte 2.75-mal so weit daneben wie Daniela. Wie lange dauerte die Heimfahrt?

b) Ein Lift fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 0,6 m/s in einem Wolkenkratzer vom Erdgeschoss bis ins oberste Stockwerk. Oben angekommen fährt er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 1,5 m/s wieder zurück ins Erdgeschoss. Die beiden Fahrten dauern zusammen 7 Minuten. In welcher Höhe liegt das oberste Stockwerk des Wolkenkratzers?

Aufgabe 3b:

a) In einem Glaswürfel mit Kantenlänge a = 1 steckt ein Körper, dessen Ecken durch die sechs Flächenmittelpunkte des Würfels gebildet werden. Berechne die Oberfläche dieses Körpers. (Nichtaufgehende Wurzeln stehen lassen!)

b) Drei gleich grosse Zylinder mit Radius r und Höhe h werden so aneinander gestellt, dass sie sich alle gegenseitig berühren. Welchen Volumeninhalt hat der zwischen den Zylindern liegende Hohlraum? (Nichtaufgehende Wurzeln stehen lassen!)

Aufgabe 4a:

a) Ein Gymnastikball mit einem Radius von 25cm rollt in einen kreisrunden Schacht mit einem Durchmesser von 48cm. Wie tief sinkt der Ball ein?

b) In einer Getränkefabrik stehen drei Abfüllanlagen. Alle drei Zusammen füllen eine bestellte Menge Flaschen in 16 Stunden ab. Die erste Anlage hätte dafür alleine 42 Stunden gebraucht, die erste und die zweite Anlage hätten zusammen 24 Stunden gebraucht. Wie lange bräuchte die dritte Anlage alleine? (Aufgaben Arbeit-Leistung kommen nicht mehr vor!)

Aufgabe 4b:

Bei einem Würfel mit Grundfläche ABCD, Deckfläche EFGH und Kantenlänge a liegt der Punkt P auf der Kante $\overline{AE}$ und der Punkt Q auf der Kante $\overline{EH}$. Dabei soll $\overline{AP} = \overline{HQ} = \frac{1}{3}a$ gelten.

Man schneidet den Würfel mit einem Schnitt durch die Punkte P, Q, und F entzwei.

a) Berechne den Volumeninhalt des pyramidenförmigen Teils.

b) Welchen Inhalt hat die Schnittfläche PQF?

Aufgabe 5a:

a) Lisa und Kurt nehmen am Zürich-Marathon teil, wobei Kurt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 12 km/h läuft. Als Lisa 0.5 km hinter Kurt lag, hat sie ihr Tempo erhöht und ist während 20 Minuten mit konstanter Geschwindigkeit gelaufen. Nun liegt sie 1 km vor Kurt. Welche Geschwindigkeit hatte Lisa in dieser Überholphase?

b) Goldfischsterben: Welcher Goldfisch hat die grössere Überlebenschance? Derjenige, der einen 5-tägigen Sauerstoffmangel überleben muss, dem täglich 10% der Fische zum Opfer fallen?
Oder derjenige, der einen 10-tägigen Sauerstoffmangel überleben muss, dem täglich 5% der Fische zum Opfer fallen?

Aufgabe 5b:

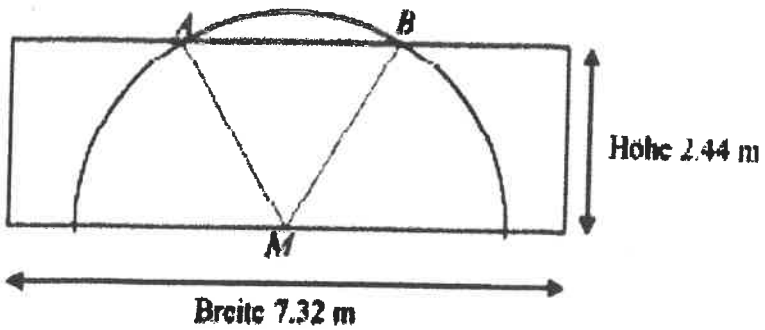
Eine Pyramide besteht aus der quadratischen Grundfläche mit Kantenlänge 2a. Die Seitenflächen bestehen aus gleichseitigen Dreiecken.

a) Berechne die Höhe h der Pyramide.

b) Eine Kugel wird so um die Pyramide gelegt, dass alle 5 Ecken auf der Kugeloberfläche liegen (Umkugel). Wie gross ist der Radius dieser Kugel?

Aufgabe 6:

a) Die Reichweite des Fussball-Torhüters beim Penalty ist begrenzt auf die unten eingezeichnete Kreisfläche. Der Winkel BMA beträgt 60°.
Ausserhalb des Kreises platzierte Schüsse gelten als unhaltbar. Welcher prozentuale Flächenanteil bleibt dem Schützen, wenn er ein sicheres Tor erzielen will?



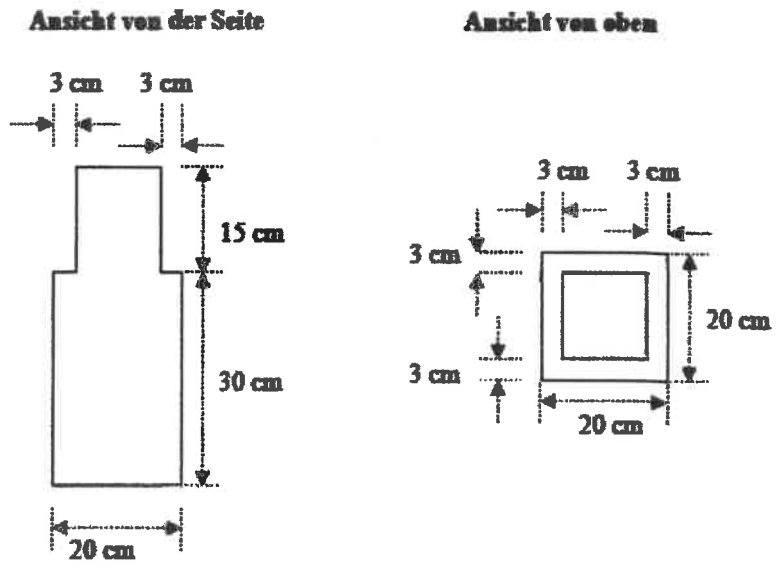
b) Zwei sich schneidende Kugeln besitzen den Radius r und den Abstand ½ r (von Mittelpunkt zu Mittelpunkt). Berechne die Länge der Schnittlinie der beiden Kugelflächen. Die Lösung ist so weit als möglich zu vereinfachen und nicht aufgehende Wurzeln stehen zu lassen.

Aufgabe 7:

a) Beim Busbetrieb Aarau gibt es eine Ringlinie durch die Quartiere Golden und Zelgli, die in beiden Richtungen je im Halbstunden-Takt befahren wird. Die Linie 5 befährt die Ringstrecke im Uhrzeigersinn mit einer Fahrzeit von 23 Minuten und startet am Bahnhof jeweils zu den Minuten .12 und .42. Die Linie 7 befährt die Ringstrecke im Gegenuhrzeigersinn mit einer Fahrzeit von ebenfalls 23 Minuten und startet am Bahnhof, gegenüber der Linie 5 um eine Viertelstunde versetzt, jeweils zu den Minuten .27 und .57.

- Berechne einen Kreuzungs-Zeitpunkt, wenn man von gleich bleibenden mittleren Fahrgeschwindigkeiten ausgeht.
- Welche Aussage kann man zu Kreuzungs-Orten machen? Begründe deine Aussage.

b) Lisa besitzt die unten skizzierte Blumenvase. Sie stellt eine Sonnenblume mit einem 91 cm langen geraden Stängel so schräg ein, dass ein möglichst grosser Teil des Stängels unter Wasser ist (ohne ihn jedoch zu verbiegen). Wie weit schaut die Sonnenblume oben aus der Vase?



Aufgabe 8:

c) Hans und Erna vergleichen eine 1kg-Apfelmus-Büchse (Durchmesser 10 cm, Höhe 13 cm) mit zwei 500g-Apfelmus-£B£üchsen (Durchmesser 10 cm, Höhe 6,5 cm). Hans behauptet: „ Die Summe der Oberflächen der beiden kleineren Büchsen ist gewiss mehr als 50% grösser als die Oberfläche der grossen Büchse – entsprechend ist der Blechverbrauch um mehr als 50% höher." Erna widerspricht...Wer hat Recht?

d) Ein Würfel liegt im Innern einer Halbkugel auf der Grundfläche und berührt mit den oberen vier Ecken die gewölbte Oberfläche der Halbkugel. Bestimme das Volumen des Würfels auf m^3 genau, wenn die Grundfläche der Halbkugel 100 m^2 beträgt.

6.2 Lösungen Aufgabe Nr. 8 und falls vorhanden Nr. 9 (Aufgabe b)

Aufgabe 1:

8. a) **Faktorisierung und Argument** — 1 P
   Argument: von 3 aufeinander folgenden Zahlen ist stets eine durch 3 teilbar — 0.5 P
   Term faktorisiert: $(n-1)n(n+1)$ — 0.5 P
   b) **Zahldarstellung** $91 \cdot 111(10a+b)$ — 1 P
   Zahldarstellung $(100'000 + 1'000 + 10) \cdot a + (10'000 + 100 + 1) \cdot b$ — 0.5 P
9. a) $(3\sqrt{3}+6)k^2$ oder $3\sqrt{3}k^2 + 6k^2$ — 1 P
   Flächeninhalt eines Bestimmungsdreiecks der Grundfläche: $\frac{\sqrt{3}}{4}k^2$ — 0.5 P
   b) $3k^2$ — 1 P
   Abstand zwischen Deckflächen- und Grundflächenkante: $2k$ oder
   halber Abstand zwischen Deckflächen- und Grundflächenkante: k — 0.5 P

Aufgabe 2:

8. a) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ oder $\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{4}$ — 1 P
   Höhe im gleichschenkligen Dreieck: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ — 0.5 P
   b) $\frac{\sqrt{29}}{4}$ — 1 P
   Pythagorasbeziehung für $\overline{PC}$ (z. B. $\overline{PC}^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$) — 0.5 P
9. a) **2,5 km/h** — 1 P
   Zeiten für beide Weghälften: 18 min und 12 min — 0.5 P
   b) **45** — 1 P

Aufgabe 3:

8. a) **1 h 41 min** (auch 101 min) — 1 P
   b) **180 m** — 1 P
9. a) $\sqrt{3}$ — 1 P
   Kantenlänge des Körpers: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ — 0.5 P
   b) $r^2h(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})$ — 1 P
   Volumen des dreieckigen Prismas: $r^2h\sqrt{3}$ oder $3 \cdot \frac{1}{6}$ Zylindervolumen: $\frac{1}{2}r^2\pi h$ — 0.5 P
   Grundfläche des Hohlraumes: $r^2\sqrt{3} - r^2\frac{\pi}{2}$ — 0.5 P

Aufgabe 4:

8. a) **18 cm** — 1 P
   Pythagoras-Beziehung $r^2 = 24^2 + (r-d)^2$ formuliert — 0.5 P
   b) **48 h** — 1 P

9. a) $\frac{2}{27}a^3$ — 1 P
   b) $\frac{a^2}{9}\sqrt{22}$ — 1 P
   $\overline{PF} = \overline{QF} = \frac{a}{3}\sqrt{13}$ und $\overline{PQ} = \frac{2a}{3}\sqrt{2}$ — 0.5 P

Aufgabe 5:

8. (a) $v_L = 16.5$ **km/h** — **1 P**
   $s_L = 5.5$ **km** oder $t_K = t_L = 20$ **min** — **0.5 P**
   (b) **Goldfisch überlebt 6tägigen Sauerstoffmangel, welchem täglich 10% zum Opfer fallen, mit höherer Wahrscheinlichkeit (59.049 %).** — **1 P**
   Nur eine Wahrscheinlichkeit richtig berechnet — **0.5 P**

9. (a) $h = \sqrt{2} \cdot a$ — **1 P**
   Pythagorasbeziehung für h — **0.5 P**
   (b) $r = \sqrt{2} \cdot a$ **(Berechnet oder begründet)** — **1 P**
   Pythagorasbeziehung für den Abstand Kugelmittelpunkt - Grundfläche — **0.5 P**

Aufgabe 6:

8. a) **34 %** — **1 P**
   Dreiecksfläche (3.437… m²) oder
   Sektorfläche(n) (4.156… m², rsp. 8.312… m²) — 0.5 P
   b) **Kreisumfang** $\frac{\sqrt{15}}{2}\pi r$ — **1 P**
   Pythagoras $x^2 + \left(\frac{r}{4}\right)^2 = r^2$ — 0.5 P

Aufgabe 7:

8. a) **Jeder Bus der beiden Linien 5 und 7 trifft auf seiner Rundstreckenfahrt zweimal auf einen Bus der anderen Ringlinie – erstmals nach 4 Minuten, zum zweiten Mal 19 Minuten nach dem Start. Die Begegnungen geschehen also alle 15 Minuten - zu den Minuten x.01, x.16, x.31 und x.46. Ein Begegnungs-Zeitpunkt ist richtig genannt.** — **0.5 P**

   Die Kreuzungsorte liegen beide relativ nahe beim Startpunkt, also nahe beim Bahnhof. Absolute Angaben über den Ort kann man nicht machen, weil die Länge der Rundstrecke nicht bekannt ist. Eine relative Angabe kann man machen: die Treffpunkte teilen die Strecke im Verhältnis 4 : 19 oder angenähert im Verhältnis 1 : 5. Die erste Begegnung findet statt, wenn etwa 1/6 der Strecke zurückgelegt ist, die zweite nach ca. 5/6 der Strecke. Eine (begründete) Aussage im Sinne der obigen Überlegungen ist dargestellt. — **0.5 P**

   b) **40 cm** — **1 P**
   Stiellänge im Gefäss $\sqrt{45^2 + 17^2 + 17^2}$ — **0.5 P**

Aufgabe 8:

8. a) **Erna hat Recht: Oberfläche der kleineren Dosen / Oberfläche der grossen = 1.278 < 1.5** — **1 P**

Beide Oberflächen ($230\,\pi \approx 722.56\ cm^2$ und $180\,\pi\ cm^2 \approx 565.48\ cm^2$) — **0.5 P**

b) $V \approx 98\ m^3$ — **1 P**

$r^2 = l^2 + 0.5\,l^2$ — **0.5 P**